# Методы расчета предельного изгибающего момента в грунтобетонной свае при упругом и жесткопластическом сопротивлении изгибу

**А. Г. МАЛИНИН, С. А. ЧЕРНОПАЗОВ, А. А. ЖЕМЧУГОВ**

**(ЗАО «ИнжПроектСтрой»)**

### Введение

В последнее время технология струйной цементации находит все более широкое применение при решении различных задач подземного строительства. Сущность технологии заключается в разрушении грунта высоконапорной струей цементного раствора и его перемешивании с грунтом. В результате в грунтовом массиве образуются колонны из нового материала — грунтобетона, обладающего высокими прочностными и противофильтрационными характеристиками.

В зависимости от технологических режимов и грунтовых условий диаметр грунтобетонных свай составляет 600—2000 мм. Армирование свай производится центрально расположенными металлическими трубами.

Наибольшее распространение технология струйной цементации получила при укреплении слабых грунтов. Между тем струйная технология позволяет решать и другие, на наш взгляд, более сложные задачи подземного строительства. К их числу относится ограждение котлованов в сложных геологических условиях при строительстве станций метрополитенов, а также стартовых и приемных котлованов тоннелепроходческих комплексов и др.

Струйная цементация грунтов имеет следующие важные преимущества:

- отсутствие негативного воздействия на фундаменты соседних зданий в процессе устройства грунтобетонных свай;
- обеспечение водонепроницаемости ограждения из взаимно секущихся свай;
- возможность устройства надежной горизонтальной противофильтрационной завесы в днище котлована.

В статье предложены два метода расчета на прочность ограждений котлованов из грунтобетонных свай, включающих определение предельного максимального изгибающего момента в ограждении по условию прочности армирующего элемента и грунтобетона с учетом разрушения грунтобетона в области растягивающих продольных деформаций.

### Расчет предельного изгибающего момента одиночной грунтобетонной сваи по линейно-упругой модели *(рис. 1, 2)*

Приняты следующие допущения:

- при изгибе сваи учитывается только продольная компонента тензора деформаций и напряжений;
- грунтобетон не сопротивляется растяжению;
- выполняется гипотеза плоских сечений.

Для составления уравнений равновесия относительно напряжений, действующих в опасном сечении, рассмотрим систему внешних уравновешенных сил, которые приложены к части колонны, расположенной над опасным сечением. Обозначим $p_b$ — продольные силы в грунтобетоне, $p_s$ — продольные силы в арматуре. Эти распределенные силы приведены к главным векторам $F_s$, $F_b$ и главным моментам $M_s$, $M_b$. Давление грунтового массива на рассматриваемую часть ограждения характеризуется изгибающим моментом $M_p$.

Уравнения равновесия имеют вид:

$$F_b + F_s = 0; \qquad \textbf{(1)}$$

$$M_s + M_b - M_p = 0. \qquad \textbf{(2)}$$

Для получения замкнутой системы уравнений воспользуемся гипотезой плоских сечений, согласно которой изгибная деформация равна:

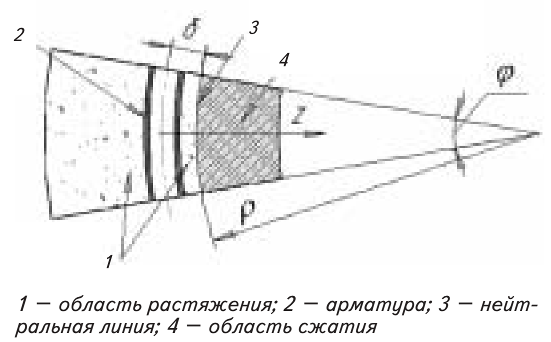
$$\varepsilon(z) = \frac{(\rho + \delta - z)\varphi - \rho\varphi}{\rho\varphi}; \quad \varepsilon(z) = \frac{\delta - z}{\rho}, \qquad \textbf{(3)}$$

где $\rho$ — радиус кривизны нейтральной линии; $\delta$ — расстояние от оси колонны до нейтральной линии в расчетном сечении.

Запишем закон Гука:

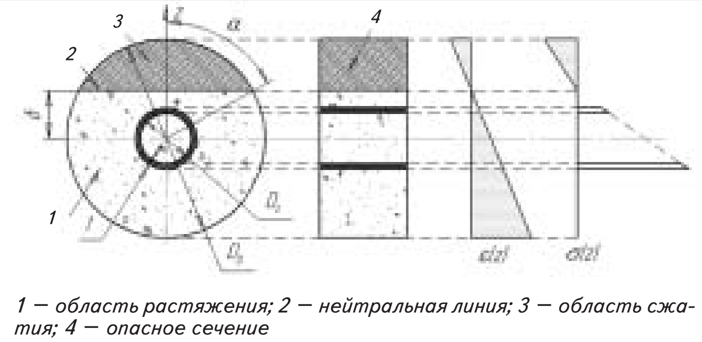
- для армирующего элемента $\sigma(z) = E_s\varepsilon(z)$;
- для сжатого грунтобетона $\sigma(z) = E_b\varepsilon(z)$ при $\varepsilon(z) < 0$; **(4)**

**Рис. 1.** *Схема изгибной деформации*



*1 — область растяжения; 2 — арматура; 3 — нейтральная линия; 4 — область сжатия*

**Рис. 2.** *Распределение деформаций и напряжений в сечении сваи по линейно-упругой модели*



*1 — область растяжения; 2 — нейтральная линия; 3 — область сжатия; 4 — опасное сечение*

• для растянутого грунтобетона $\sigma(z) = 0$ при $\varepsilon(z) \geqslant 0$,
где $E_s$ — модуль упругости материала армирующего элемента; $E_b$ — модуль упругости грунтобетона.

Подстановка в уравнение равновесия (1) соотношений (4) дает уравнение относительно положения нейтральной линии $\delta$

$$F_b + F_s = \int_{A_b} \sigma_y dA_b + \int_{A_s} \sigma_y dA_s = \int_{A_b} E_b \frac{\delta - z}{\rho} dA_b + \int_{A_s} E_s \frac{\delta - z}{\rho} dA_s = 0. \quad (5)$$

После интегрирования уравнение (5) принимает вид

$$E_s \delta \frac{\pi}{2} t(D_s - t) + E_b \times \left[\frac{D_b^2 \delta}{8} \arccos\left(\frac{2\delta}{D_b}\right) - \sqrt{\frac{D_b^2}{4} - \delta^2}\left(\frac{\delta^2}{2} + \frac{1}{3}\left(\frac{D_b^2}{4} - \delta^2\right)\right)\right] = 0, \quad (6)$$

где $D_s$ — диаметр трубы; $t$ — толщина стенки трубы; $D_b$ — диаметр сваи.

Данное уравнение является трансцендентным относительно неизвестной $\delta$, поэтому решение в допустимой области значений этого параметра находилось численно с помощью метода Ньютона — Рафсона.

Предельный изгибающий момент равен сумме моментов от напряжений в армирующем элементе и грунтобетоне, когда один из этих моментов достигает предельной величины:

$$M_p = M_s + M_b = \int_{A_s} E_s \frac{\delta - z}{\rho} z dA_s + \int_{A_p} E_p \frac{\delta - z}{\rho} z dA_b, \quad (7)$$

где $\rho$ — минимальный радиус кривизны, допускаемый одновременно по условию прочности материалом армирующего элемента и грунтобетона.

Изгибающие моменты в трубе $M_s$ и грунтобетоне $M_b$ определяются формулами:

$$M_b = \frac{E_b}{\rho}\left[\frac{D_b^4}{64} \arccos\left(\frac{2\delta}{D_b}\right) - \sqrt{D_b^2 - 4\delta^2}\left(\frac{5D_b^2 - 8\delta^2}{96}\right)\right], \quad (8)$$

$$M_s = \frac{E_s}{\rho} \frac{\pi}{64}\left[D_s^4 - (D_s - 2t)^4\right]. \quad (9)$$

Радиус кривизны $\rho$ нейтральной линии находят путем выбора максимального из двух радиусов кривизн, полученных из условия сопротивления сжатию грунтобетона $R_b$ и условия прочности армирующего элемента $R_s$:

• для грунтобетона $\rho_b = \dfrac{E_b}{R_b}\left|\delta - \dfrac{D_b}{2}\right|$; **(10)**

• для трубы $\rho_s = \dfrac{E_s}{R_s}\left|\delta + \dfrac{D_s}{2}\right|$; **(11)**

$\rho = \max(\rho_b, \rho_s)$. **(12)**

Предельный изгибающий момент найдем по формуле (7), используя соотношения (8) — (12):

$$M_p = \frac{E_s}{\rho} \frac{\pi}{64}\left[D_s^4 - (D_s - 2t)^4 + \right. \\ \left. + \frac{E_b}{\rho}\left[\frac{D_b^4}{64} \arccos\left(\frac{2\delta}{D_b}\right) - \delta\sqrt{D_b^2 - 4\delta^2}\left(\frac{5D_b^2 - 8\delta^2}{96}\right)\right]\right]. \quad (13)$$

**Расчет предельного изгибающего момента одиночной грунтобетонной сваи по жесткопластической модели** *(рис. 3)*

Приняты следующие допущения:

• при изгибе сваи учитывается только продольная компонента тензора деформаций и напряжений;

• грунтобетон не сопротивляется растяжению;

• напряжения во всей сжатой части грунтобетона приняты равными сопротивлению при сжатии $R_b$, а напряжения во всем сечении армирующего элемента — равными сопротивлению при пластическом деформировании $R_s$.

Уравнение равновесия имеет вид:

$$R_b A_b - R_s A_s = 0; \quad (14)$$

$$A_b = \frac{D_b^2}{8}(2\alpha - \sin 2\alpha); \quad A_s = \pi t(D_s - t); \quad \alpha = \arccos\left(\frac{2\delta}{D_b}\right), \quad (15)$$

где $A_b$ — площадь сжатой части грунтобетона; $A_s$ — площадь растянутого армирующего элемента (трубы).

Подстановка выражений (15) в (14) дает уравнение относительно параметра $\delta$

$$R_b \frac{D_b^2}{8}\left[2\arccos\left(\frac{2\delta}{D_b}\right) - \sin\left(2\arccos\left(\frac{2\delta}{D_b}\right)\right)\right] - R_s \pi t(D_s - t) = 0. \quad (16)$$

Уравнение (16) является трансцендентным относительно неизвестной $\delta$, поэтому решение в допустимой области значений этого параметра выполнено численно с помощью метода Ньютона — Рафсона.

По найденному значению $\delta$ вычисляется предельный изгибающий момент в ограждении

$$M_p = R_b A_b Z_{cb} + R_s A_s Z_{cs}, \quad (17)$$

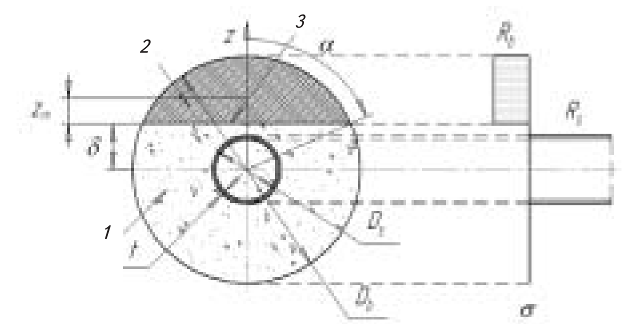
где $Z_{cb}$ — координата центра тяжести сжатой части грунтобетона; $Z_{cs}$ — координата центра тяжести растянутого армирующего элемента.

С учетом (15) выражение для нахождения предельного изгибающего момента (17) принимает вид:

$$M_p = R_b \frac{D_b^2}{8}(2\alpha - \sin 2\alpha) Z_{cb} + R_s \pi t(D_s - t) Z_{cs}, \quad (18)$$

где $Z_{cb} = \dfrac{2D_b \sin^3 \alpha}{3(2\alpha - \sin 2\alpha)}$, $Z_{cs} = \delta$.

**Рис. 3**. ***Распределение напряжений в опасном сечении сваи по жесткопластической модели***




*1 — область растяжения; 2 — область сжатия; 3 — нейтральная ось*

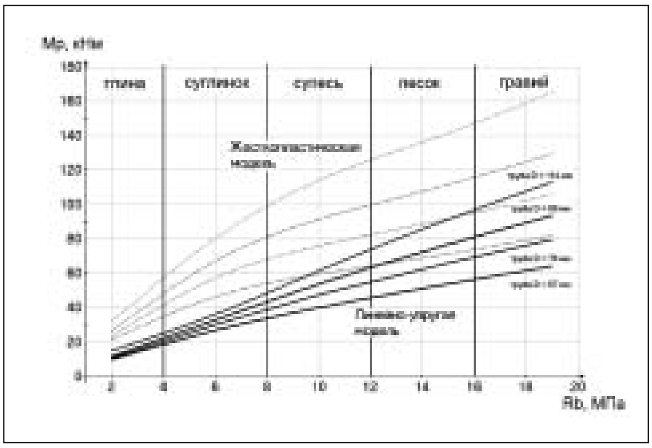



**Рис. 4***. Зависимость предельного изгибающего момента от прочности грунтоцемента по линейно-упругой и жесткопластической моделям*

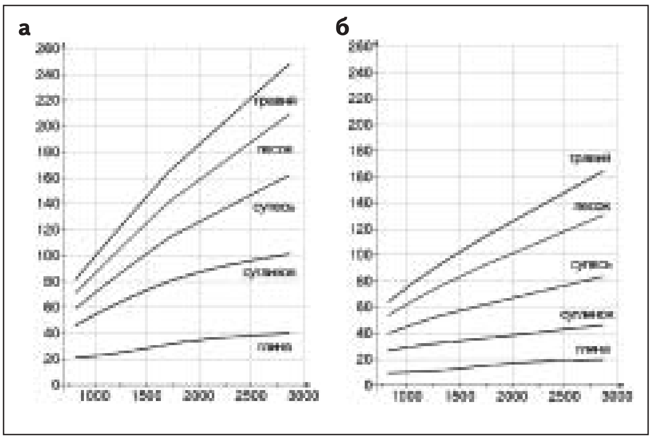



**Рис. 5***. Зависимость предельного изгибающего момента от площади сечения армирующего элемента для различных грунтов по жесткопластической (а) и линейно-упругой моделям (б)*

### Сравнительный анализ результатов расчета предельного изгибающего момента одиночной грунтобетонной сваи по линейно-упругой и жесткопластической моделям *(рис. 4, 5)*

С помощью рассмотренных моделей был выполнен расчет предельного изгибающего момента нескольких ограждающих конструкций из грунтобетонных свай, армированных четырьмя различными по диаметру трубами.

**Заключение**

В настоящей работе выполнено сравнение двух методов расчета предельного изгибающего момента для одиночной грунтобетонной сваи. Получены зависимости предельного изгибающего момента в ограждении с помощью линейно-упругой и жесткопластической моделей деформирования армирующего элемента и грунтобетона в зависимости от типа грунта и площади сечения армирующего элемента.

Сравнение показало, что расчетные значения предельного изгибающего момента для грунтобетонных свай, полученные с помощью линейно-упругой и жесткопластической моделей отличаются в 1,3—2 раза в зависимости от типа грунта, в котором устроена свая. Необходимо отметить, что расчет предельного изгибающего момента по жесткопластической модели предполагает возможность возникновения пластического шарнира, который в частных случаях может привести к возникновению степени свободы ограждающей конструкции, что недопустимо с точки зрения ее устойчивости.

Таким образом, расчет прочности по линейно-упругой модели представляется более актуальнам, так как ограждение сопротивляется нагрузкам упруго, что дает необходимые запасы прочности в армирующем элементе и грунтобетоне, а также возможность оценки деформативности конструкции.

*Л И Т Е Р А Т У Р А*

1. *Малинин А. Г.* Струйная цементация грунтов: монография. Пермь: Пресстайм, 2007.
2. *Гинзбург Л. К.* Противооползневые удерживающие конструкции. М.: Стройиздат, 1979.